ПРОЕКТНО – ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

Удивительные флексагоны

Руководитель проекта :

Ковальчук Марина Александровна

учитель математики

ГБОУ СОШ № 113

Работу выполнили:

Осипова Диана, Кардава Екатерина

ученицы 7 «а» класса

г. Санкт-Петербург

2017 год

Оглавление.

1. Введение. 3
2. 2.1.Глава 1. Открытие флексагонов. 5

2.2.Глава 2. Разнообразие флексагонов и их применение. 7

2.3.Глава3. Изготовление флексагонов. 11 Заключение. 14

1. Библиографический список. 15
2. Приложения. 16

**Введение.**

Яркие линии сложенной бумаги завораживают не хуже детского калейдоскопа с разноцветными стеклышками. Да еще и название такое звучное и загадочное – флексагон. Что же это такое на самом деле? Я приглашаю вас на небольшую экскурсию в загадочный мир флексагонов - фигур, обладающих поразительной способностью внезапно менять свою форму и цвет. Если вы любите головоломки, как я - вам обязательно понравится. Занимательная математика пробуждает наблюдательность, умение логически мыслить. Решая ее нестандартные своеобразные задачи, люди испытывают радость приобщения к творческому мышлению, интуитивно ощущают красоту и величие математики – этим я хочу объяснить актуальность выбранной мной темы.

**Объект исследования** – фигуры, имеющие три и более поверхности.

**Предмет исследования** – флексагоны.

**Тема** — Удивительный мир флексагонов.

**Проблема**: элемент игры, который делает занимательную математику интересной, может иметь различные формы. Флексагоны – с одной стороны - занимательная игра, а с другой – сложная структура, подтверждающая существование удивительных многоугольников, отличительным свойством которых является изгибание.

**Гипотеза исследования:** Несмотря на то, что флексагоны являются достаточно сложным математическим объектом, они могут быть понятны, полезны и интересны для школьников.

**Цель** - Изучить информацию о флексагонах, научиться складывать простейшие флексагоны.

**Задачи:**

изучить литературу по данной теме;

познакомиться с методикой изготовления флексагонов;

научиться складывать простейшие флексагоны;

научить учащихся изготавливать простые флексагоны.

**Методы исследования –** анализ литературы, практический эксперимент.

**Продукт исследования**: урок наглядной геометрии «Удивительные флексагоны»

**Глава 1. Открытие флексагонов.**

Конец 1939 года. Двадцатитрехлетний аспирант-математик Артур Стоун из Англии приехал учиться в Америку и ему в руки попал американский блокнот, который оказался больше по размеру, чем английский, поэтому учёный обрезал листы, а из полосок бумаги, которые остались, делал разные фигуры. Одна из фигур оказалась особенно интересной. По форме она была обычным шестиугольником, но имела необычные свойства. Если сложить её, как бутон, то она открывалась с другой стороны. При этом сторона, которая раньше была скрыта, становилась видна, а другая сторона, наоборот, пряталась внутрь фигуры. Перегнув же шестиугольник определённым образом, можно было увидеть и третью сторону. Позже его назвали тригексафлексагоном ("три" – число поверхностей, "гекса" – число углов). Вторая не менее изящная модель получила название гексагексафлексагона (первое «гекса» - шесть - означает число поверхностей этой модели). Стоун решил показать свои бумажные модели друзьям по университету. Модели были названы гексафлексагонами: "гекса" - из-за их шестиугольной формы (от греческого "гекс", что означает шесть), "флексагонами" - из-за их способности складываться (от глагола to flex - складываться, сгибаться, гнуться и a polygon - многоугольник, а вместе эти слова значат «сгибаемоугольник». Первый построенный Стоуном флексагон был назван тригексафлексагоном, так как у него были три поверхности. Для проникновения в тайны "флексологии" был организован "Флексагонный комитет", в который вошли сам Стоун, аспирант-математик БрианТаккерман, аспирант-физик Ричард Фейнман и молодой преподаватель математики Джон У. Тьюки. Комитет обнаружил, что можно сделать флексагоны с 9, 12, 15 и большим числом поверхностей. Таккерману удалось сделать действующую модель флексагона с 48 поверхностями. К 1940 году была разработана теория флексагонов, заложив тем самым основания для всех последующих исследований. Полная математическая теория флексагонов была разработана в 1940 году Тьюки и Фейнманом. Она в частности указывает точный способ построения флексагонов с любым числом сторон, причём именно той разновидности, которая требуется. Теория не была опубликована полностью, хотя отдельные её части впоследствии были открыты заново. [Война](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D0%BF%D0%B0%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%BD%D0%B0_%D0%9F%D1%91%D1%80%D0%BB-%D0%A5%D0%B0%D1%80%D0%B1%D0%BE%D1%80) приостановила работу «Флексагонного комитета», а вскоре разбросала всех четырех его учредителей в разные стороны. Популярность флексагоны получили после появления в декабрьском номере журнала «[Scientific American](https://ru.wikipedia.org/wiki/Scientific_American)» за 1956 год первой колонки [Мартина Гарднера](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%B8%D0%BD_%D0%93%D0%B0%D1%80%D0%B4%D0%BD%D0%B5%D1%80)«Mathematical Games», посвящённой гексафлексагонам. Флексагоны неоднократно были запатентованы в виде игрушек, но не получили широкого коммерческого распространения.

**Выводы по главе**: флексагоны — это плоские модели из полосок бумаги, способные складываться и сгибаться определённым образом. При складывании флексагона становятся видны поверхности, которые ранее были скрыты в конструкции флексагона, а прежде видимые поверхности уходят внутрь, поэтому можно сказать, что флексагон – это математическая головоломка.

**Глава 2. Разнообразие флексагонов и их применение.**

Флексагоны обычно имеют квадратную (тетрафлексагоны)- в качестве эталона формы в развертке используется квадрат или шестиугольную (гексафлексагоны) форму - в качестве эталона формы в развертке используется равносторонний треугольник. Тетрафлексагоны были открыты на несколько столетий раньше гексафлексагонов, однако они гораздо менее изучены. Артур Стоун с друзьями посвятили много времени складыванию этих четырёхсторонних разновидностей флексагонов, но им так и не удалось построить полную теорию, охватывающую все, на первый взгляд ничем не связанные, разновидности этих головоломок. Конструкция тетрафлексагонов используется в шарнирных соединениях «двойного действия» – устройствах, с одинаковой лёгкостью открывающихся в обе стороны.

**Тетрафлексагоны.** К ним относятсятритетрафлексагоны**,** тетратетрафлексагоны**,** гексатетрафлексагоныи гексатетрафлексагоны. Все они изгибаются на основе соединения шарнирного действия и в сложенном виде имеют форму прямоугольника, в отличии от гексафлексагонов, в сложенном виде имеющих форму шестиугольника.

**Гексафлексагоны.**

**Унагексафлексагон**- простейший гексафлексагон представляет собой лист Мёбиуса с треугольным краем. Он имеет одну поверхность и состоит из шести треугольников, поэтому его и можно назвать унагексафлексагоном, несмотря на то, что он не имеет шести сторон и не складывается.

**Дуогексафлексагон** – обыкновенный плоский шестиугольник, вырезанный из бумаги (или другого материала). Он, разумеется, также не складывается и особого интереса не представляет.

**Тригексафлексагон** - первый «настоящий» гексафлексагон. Существует только одна его разновидность. Тригексафлексагон **–** сплющенный в шестиугольник лист Мёбиуса.

**Тетрагексафлексагон** - существует лишь в единственном варианте. Его складывают из пилообразной полоски.

**Пентагексафлексагон**-единственную разновидность этого флексагона складывают из и-образной полоски бумаги.

**Гексагексафлексагон**- Существует три различных типа этих флексагонов, каждый из которых обладает неповторимыми свойствами.

**Гептагексафлексагон**- таких флексагонов существует четыре типа. Один из них складывают из полоски бумаги с перекрывающимися частями, имеющей вид восьмёрки.

Дополнительная приставка может означать общее число поверхностей флексагона; например, *додекагексафлексагон* — флексагон с двенадцатью («додека») поверхностями, каждая из которых состоит из шести («гекса») секторов. Анализ структуры флексагонов очень трудоемок, статьи о них можно встретить даже в специализированных журналах, например таких, как «Наука и жизнь», «Квант». Если нанести на треугольники более замысловатую раскраску, можно увидеть, что каждый из них может менять ориентацию внутри своей поверхности. Для гексагексафлексагона мы имеем целых 18 вариантов рисунка поверхности. Только при правильной раскраске, можно увидеть все изображения одной и той же поверхности (до трёх видов у каждой поверхности).

Артур Стоун и его друзья придумали:

4 вида гептагексафлексагонов (7 поверхностей),

12 видов октагексафлексагонов (8 поверхностей),

27 видов эннагексафлексагонов (9 поверхностей)

и 82 вида декагексафлексагонов (10 поверхностей).

Поверхностей может быть сколько угодно, но только такой флексагон будет практически невозможно крутить. И разверку подобрать под такой флексагон очень сложно, так как она будет непонятной.

С тех пор, как Артур Стоун сделал своё открытие, любители флексагонов по всему миру придумали ещё много их разновидностей. Здесь мы перечислим некоторые из них.

* Циркофлексагоны — флексагоны в виде кольца из многоугольников.
* Флексоцепи — цепочки из бумажных прямоугольников, которые умеют изменяться причудливым образом.
* Флексотрубки — это бумажные трубки, которые можно вывернуть наизнанку, не порвав.
* Флексоры — объёмные бумажные фигуры, которые умеют искривляться так, что бумага не рвётся.
* И много других всевозможных флексагонов с очень длинными названиями, например, такими, как *тригемициркогексафлексагон*.

На  первый взгляд, флексагоны - всего лишь игрушки. Но они сумели привлечь внимание в различных отраслях. Вот несколько тому доказательств:

* Шарнир  двойного действия, соединение которого присутствует  на всех тетрафлексагонах, повсеместно используется для петель  дверей и окон,  в креплениях  на настенные телевизоры, в раскладных телефонах.
* Необычный цикл изгибания фигур привлекает к ним внимание, из-за этого его используют в рекламных акциях и в маркетинге.
* в форме флексагонов закручены молекулы веществ (журнал «Химия и жизнь»), в стиле флексагонов создаются интерьеры помещений и предметы меблировки.
* На уроках и внеурочной деятельности для развития памяти, внимания, определения сходства и различия фигур, их классификации. Можно с помощью флексагонов показать циферблат часов, удобно показать сезонные явления, дни недели, месяцы. С их помощью можно знакомить детей с отношениями “больше”, “меньше” и др.; цифрами; учить составлять и решать простые и косвенные арифметические задачи. В геометрии— знакомить детей с треугольником, кругом, эллипсом, квадратом, прямоугольником, четырехугольниками как классом фигур и т. д.

**Выводы по главе:** Флексагоны обычно имеют квадратную (тетрафлексагоны)- в качестве эталона формы в развертке используется квадрат или шестиугольную (гексафлексагоны) форму - в качестве эталона формы в развертке используется равносторонний треугольник. Каждый из флексагонов может менять ориентацию внутри своей поверхности. Любители флексагонов по всему миру придумали ещё много их разновидностей. Флексагоны сумели привлечь внимание в различных отраслях. Их используют в технике, в рекламных целях и для украшения интерьеров. С нашей точки зрения, флексагоны способствуют развитию мелкой моторики, пространственного воображения, памяти, внимания, терпения; при специально продуманной раскраске активизируют формирование представлений по всем разделам математики для школьников. Флексагоны помогут находить сходства и различия фигур, производить их классификацию. Флексагоны можно применять на уроках математики, написав на сторонах числа и знаки «+», «-», «×», «:». Выворачивая флексагон, можно числа складывать, вычитать, умножать и делить.

**Глава 3. Изготовление флексагонов.**

Изготовим тригексафлексагон- флексагон с тремя поверхностями, складывается из полоски, размеченной на 10 равносторонних треугольников – Приложение1.

Надо взять длинную бумажную полоску (отношение сторон 1:7 или для удобства даже подлиннее). Для тренировки лучше взять неплотную бумагу, а уже для игрушки – поплотнее. Делаем из полоски бумаги - полоску из треугольников, как в самом верху на схеме. Затем сворачиваем ее и склеиваем. Получится шестиугольник.

Чтобы "открыть" тригексафлексагон, его нужно одной рукой взять за два соседних треугольника примыкающих к какой-нибудь вершине шестиугольника, а другой рукой потянуть за свободный край двух противоположных треугольников . Если флексагон не открывается, нужно попробовать ухватить его за два других треугольника.

Для различения плоскостей на секторы флексагона наносят цифры, буквы, элементы изображения или просто окрашивают в определённый цвет.

Вторая не менее изящная модель Стоуна получила название - **гексагексафлексагон** (первое "гекса" - шесть - также означает число поверхностей этой модели). Гексагексафлексагоны складывают из полоски бумаги, разделенной на 19 равносторонних треугольников. (Приложение2) Треугольники на одной стороне полоски обозначим цифрами 1, 2, 3 – в соответствии со схемой. Девятнадцатый (последний) треугольник остается незаполненным. Треугольники на другой стороне пометим цифрами 4, 5, 6. После этого полоску складывают так, чтобы треугольники на ее обратной стороне, имеющие одинаковые цифры, оказались наложенными друг на друга - 4 на 4, 5 на 5, 6 на 6. В результате у нас получится заготовка гексагексафлексагона, показанная на рисунке в Приложении. Перегнув ее по линиям ab и cd , получим шестиугольник: Остается лишь подвернуть вниз торчащий вправо пустой треугольник и приклеить его к пустому треугольнику на нижней стороне полоски. Проделать все эти операции намного легче, чем описать.

Если все сделано верно, то во всех треугольниках на видимой стороне должна стоять цифра 1, а во всех треугольниках на другой стороне - цифра 2: в таком виде флексагон готов к перегибанию. Взявшись за два смежных треугольника, согнем шестиугольник по общей стороне этих треугольников и подогнем противоположный угол флексагона. При этом откроются треугольники с цифрами 3 или 5. Перегибая флексагон наугад, вы без труда обнаружите и остальные поверхности. Однако поверхности с цифрами 4, 5 и 6 найти несколько труднее, чем поверхности с цифрами 1, 2 и 3. Можно долго блуждать по замкнутому кругу: перед вами будут открываться лишь одни и те же поверхности. Брайан Таккерман довольно быстро нашел способ выявления всех поверхностей любого флексагона: держа за какой-нибудь угол, следует открывать флексагон до тех пор, пока он "открывается", а затем переходить к следующему углу. Этот способ был назван «путь Таккермана».

Трудность отыскания всех поверхностей превращает флексагон в занимательную головоломку. Много таких складных игрушек существовало еще в тридцатые годы. В одной из них к скрытому развороту флексагона была приклеена «счастливая» монетка, которую нужно было найти. В другой задача заключалась в том, чтобы отыскать портрет молодой девушки. И сейчас в магазинах можно увидеть старинный детский фокус, обычно известный под названием «Волшебный доллар». Шарнирные соединения этой игрушки, позволяют показывать незамысловатые фокусы с исчезновением долларовой купюры и других плоских предметов.

Простейший **тетрафлексагон** – тритетрафлексагон- легко сложить из полоски бумаги, составленной из 6 квадратов. Пронумеруйте квадраты, как показано на рисунке 1 Приложения 3. С обратной стороны полоски проставьте нумерацию по рисунку 2. Теперь согните полоску к себе вдоль пунктирной линии, разделяющей две тройки, и отогните левый нижний квадратик с двойкой назад (рис. 3). Переверните полученную фигуру обратной стороной и склейте ее правые квадратики — верхний и нижний (рис. 4).

Чтобы изготовить **тетратетрафлексагон**, разграфите лист бумаги на 12 квадратов и пронумеруйте их с двух сторон, как показано на рисунках а, б Приложения 4. Сплошной линией показаны линии разрезов. Вырезанный «язычок» из двух центральных квадратов 2 и 1 отогните назад (рис. в). Назад отогните и правый столбец с цифрами 3, 1, 3 (рис. г). Теперь новый правый столбец с тремя двойками тоже подогните назад, а левый висящий квадрат с тройкой загните к себе. В результате сверху должны оказаться все квадраты с цифрой 1. Склейте полоской бумаги два средних квадрата (рис. г). Перегибая этот тетрафлексагон вдоль вертикальной линии, вы обнаружите четыре разные его поверхности. Сложнее всего найти поверхность, пронумерованную четверками.

**Выводы по главе:**

Мы научились складывать простейшие флексагоны – тригексафлексагон, гексагексафлексагон и тритетрафлексагон. Каждый из них изготавливают из полоски бумаги прямоугольной формы.

**Заключение.**

Мы считаем, что цель, поставленная нами в начале исследования, достигнута, задачи выполнены, гипотеза подтверждена – флексагоны, являясь достаточно сложным математическим объектом, могут быть понятны, полезны и интересны для школьников.

Проблемы флексологии - науки о построении и всяческих закономерностях флексагонов, не занимают серьезного положения. Тем не менее, многие люди отдают ей значительную долю своего свободного времени. Флексологией можно заниматься как в одиночку, так и с друзьями. Занимается изучением флексагонов и молодежь, и люди преклонного возраста. А главное, что подробного изложения теории нет до сих пор, и ничто не мешает нам, играя с самодельными флексагонами попытаться вывести собственную теорию. Таким образом, флексагон – игрушка-головоломка для разных возрастов. Есть варианты попроще, а есть посложнее. И здорово сближает семью, если вместе собирать флексагоны, соревнуясь на сложность, яркость и оригинальность идеи.

Флексагоны, с одной стороны, игра, головоломка, занимательная математика, а с другой, доказательство того, что существуют удивительные геометрические фигуры - многоугольники, обладающие способностью изгибаться.

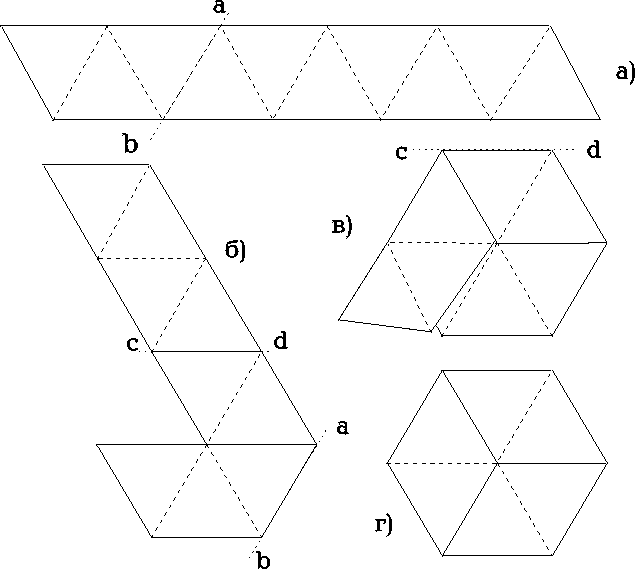
Мы рассмотрели простейшие флексагоны, а возможны и другие формы, поэтому работа над флексагонами может быть продолжена.

**Библиографический список:**

1. Гарднер М., Математические головоломки и развлечения, Москва, «Мир», 1971г., 510стр.
2. Панов А. Научно-популярный физико-математический журнал "Квант", номер 7, 1988г, с.10-14
3. *Шарыгин И.Ф. Ерганжиева Л.Н.* Наглядная геометрия. 5-6 кл.: Пособие для общеобразоват. учебных заведений. – М.: Дрофа, 2015.
4. <https://ru.wikipedia>.
5. <http://planetaorigami.ru/2012/11/fleksagony/>
6. <http://project.megarulez.ru/forums/showthread.php?t=18753&page=2>
7. <http://www.pandia.ru/96559/>
8. <http://kvantik.com/files/2012-04.pdf> , статья журнала «Квантик», с.14-18

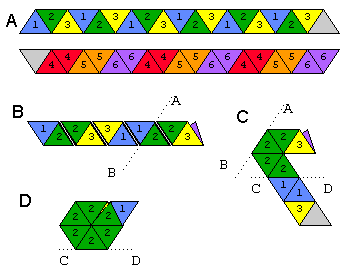
**Приложение 1.**

Развертка тригексафлексагона.

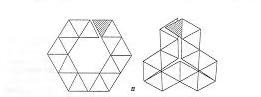


**Приложение 2.**

**Развертка гексагексафлексагона.**

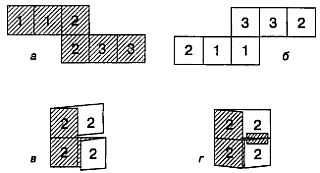


Существует ещё два типа гексагексафлексагонов. Их можно сделать из полосок, форма которых показана на рисунке.



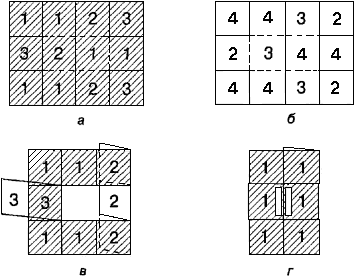
**Приложение 3.**

**Приведем схему для моделирования тритетрафлексагона (три поверхности, из которых одна скрыта; в качестве эталона формы в развертке используется квадрат).**



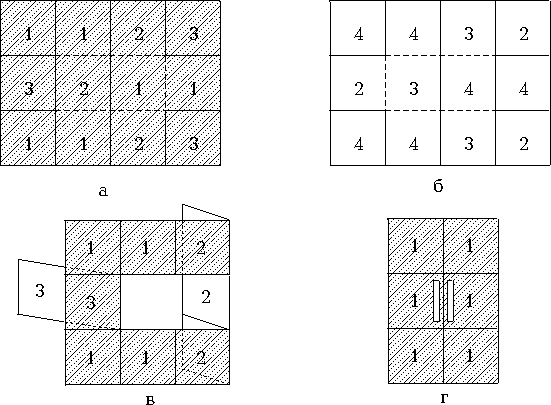
**Приложение 4.**

**Схема развертки тетратетрафлексагона.**



**Приложение 5**

Схема развертки гексатетрафлексагона.



**Приложение 6.**

Тритетрафлексагон Тетрафлексагон

Гексатетрафлексагон Гексагексафлексагон

Тригексафлексагон



**Приложение 7.**

Занятие в 6А классе «Удивительный флексагон»



